

7 $\angle XOY = 120^\circ$ である 2 つの半直線 OX, OY がある。 OX, OY に接する半径 r_1 ($= 1$) の円 O_1 がある。 $OX, OY, \text{円 } O_1$ に接し、半径が円 O_1 の半径より小さい円を O_2 とする。このようにして円 $O_3, O_4, \dots, O_n, \dots$ を作る時、円 O_n の半径と面積をそれぞれ r_n, S_n とする。

(1) r_n を求めよ。

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ を求めよ。