

5 数列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ において

$$a_1 = 3, \quad a_2 = \frac{5}{3}, \quad a_n = \frac{1}{3}(4a_{n-1} - a_{n-2}) \quad (n \geq 3)$$

という関係がある。

(1) a_n を n の式で表わせ。

(2) $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\log(a_k - 1) \log(a_{k+1} - 1)}$ とおくと $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。ただし、対数は常用対数とする。