

4  $-\pi \leq x \leq \pi$  のとき, 無限級数

$$\sin^2 x + \sin^2 x \cos^3 x + \sin^2 x \cos^6 x + \cdots + \sin^2 x \cos^{3(n-1)} x + \cdots$$

の和を  $f(x)$  とする.

- (1) この無限級数の和を求めよ.
- (2)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  を求めよ.
- (3)  $f(x)$  の増減を調べ,  $y = f(x)$  のグラフをかけ.