

4 微分可能な関数 $f(x)$ と 3 次関数 $g(x)$ が, すべての x に対して

$$\int_0^x f(t)dt = xf(x) + g(x)$$

を満たしている.

(1) $g(x)$ が $x = \frac{1}{2}$ で極値をとり, $g(1) = \frac{1}{3}$ であるとき, $g(x)$ を求めよ.

(2) (1) で求めた $g(x)$ に対して, $f(1) = 5$ を満たす $f(x)$ を求めよ.