

4 曲線 $y = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x$ と x 軸上に中心をもつ円 C が、点 $A \left(a, \frac{1}{\sqrt{2}} \sin a \right)$ において同一の直線に接しているものとする。ただし、 $0 < a < \frac{\pi}{2}$ とする。

(1) 円 C の中心の x 座標を a で表せ。

(2) 曲線 $y = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x$ は、点 A を除いては円 C の外にあることを示せ。

(3) 点 P が曲線 $y = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x$ の上を動くとき、点 P と円 C の中心との距離の 2 乗の最小値を a で表せ。