

3 数列 $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ は $\sin 3x_{n+1} = \sin x_n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) を満たすとし, $a_n = \sin x_n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) とおく.

(1) a_n と a_{n+1} の間の関係式を求めよ.

(2) $S_n = \sum_{k=1}^n 3^{k-1} a_k^3$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおく. すべての自然数 n に対して,
 $S_n = \frac{3^n}{4} a_n - \frac{1}{4} a_0$ が成り立つことを数学的帰納法で示せ.