

3 実数列  $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$  は次の漸化式を満たしているものとする .

$$a_0 = 0, \quad a_{n+1} = e^{-a_n} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

また,  $c$  を  $c = e^{-c}$  を満たすただ 1 つの実数とする . このとき, 次の問に答えよ . ただし,  $e$  は自然対数の底とする .

(1)  $1 - e^{-x} \leq x$  であることを示せ .

(2)  $a_n > c$  ならば,  $0 < c - a_{n+1} < e^{-c}(a_n - c)$  であることを示せ .

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = c$  となることを示せ .