

4  $n$  は 3 以上の整数とする .

(1)  $g(x) = (x+n-1)(x+n-2)\cdots(x+1)x$  を  $n$  次多項式とする . 1 以上のすべての整数  $k$  に対し ,  $g(k)$  は  $n!$  の倍数であることを示せ .

(2)  $f(x)$  は  $x^n$  の係数を 1 とする  $n$  次多項式とする .

$$f_1(x) = f(x+1) - f(x)$$

の  $x^{n-1}$  の係数および

$$f_2(x) = f_1(x+1) - f_1(x)$$

の  $x^{n-2}$  の係数をそれぞれ求めよ .

(3)  $a$  を 1 以上の整数 ,  $f(x)$  を (2) の多項式とする . 1 以上のすべての整数  $k$  について  $f(k)$  が整数で  $a$  を約数にもつとき ,  $a$  は  $n!$  の約数であることを示せ .