

1 実数  $x$  に対して、 $x$  以下の整数のうちで最大のものを  $[x]$  と書くことにする。  $c > 1$  として、  $a_n = \frac{[nc]}{3}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) とおく。以下の (1), (2), (3) を証明せよ。

- (1) すべての  $n$  に対して、  $[a_n]$  は  $n$  または  $n - 1$  に等しい。
- (2)  $c$  が有理数のときは、  $[a_n] = n$  となる  $n$  が存在する。
- (3)  $c$  が無理数のときは、すべての  $n$  に対して  $[a_n] = n - 1$  となる。