

2 座標平面において,  $x$  軸上に 3 個の点  $P_0(0, 0)$ ,  $P_1(c, 0)$ ,  $P_2(2, 0)$  をとり, 直線  $y = 1$  上に  $(n + 1)$  個の点  $Q_0(0, 1)$ ,  $Q_1(1, 1)$ ,  $Q_2(2, 1)$ ,  $\dots\dots\dots$ ,  $Q_n(n, 1)$  をとる ( $n \geq 1$ ). ただし,  $c$  は  $0 < c < 2$  なる無理数とする. 点  $P_i$  と点  $Q_j$  を結ぶ線分を  $P_iQ_j$  ( $i = 0, 1, 2; j = 0, 1, \dots\dots\dots, n$ ) とし, これら  $3(n + 1)$  本の線分から生じる交点の総数を  $a_n$  とする. ただし,  $P_i (i = 0, 1, 2)$ ,  $Q_j (j = 0, 1, \dots\dots\dots, n)$  は交点とはみなさない.

- (1) どの交点においても, これらの線分の中の 3 本が同時に交わることはない. このことを証明せよ.
- (2)  $a_n - a_{n-1}$  ( $n \geq 2$ ) を求めよ.
- (3)  $a_n$  ( $n \geq 1$ ) を求めよ.