

3 次の命題の真偽を述べ、その理由を説明せよ。ただし、 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{6}$ が無理数であることを用いてもよい。

(1) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ は無理数である。

(2) x が実数であるとき、 $x^2 + x$ が有理数ならば、 x は有理数である。

(3) x, y がともに無理数ならば、 $x + y, x^2 + y^2$ のうち少なくとも一方は無理数である。