

2 実数 a に対して,

$$a_1 = a, \quad a_{n+1} = ra_n(1 - a_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定まる数列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ を考える. ただし $0 < r < 1$ とする.

(1) $a_1 = a_2 = \dots = a_n = \dots$ となる初項の値が 2 つあることを示し, その値 p, q ($p < q$) を求めよ.

(2) a が $p < a < q$ を満たすとき,

$$a_n < a_{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を示せ.

(3) (2) と同じ条件のもとで $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ を示せ.