

3 右図のように水深 h が一定勾配で浅くなる海がある．位置 x における水深は $h(x) = h_0 - ax$ で与えられる．ただし， $a > 0$ ， $h_0 > 0$ とする．時刻 $t = 0$ のとき，位置 $x = 0$ で津波が発生した．時刻 t での津波の進行速度 $\frac{dx}{dt}$ は $\sqrt{gh(x)}$ に等しいことが知られている．ここで g は正の定数である．津波が位置 x に到達する時刻を $t(x)$ とする．

(1) $\frac{dt}{dx}$ を x で表せ．

(2) 津波が水深 $h = d$ となる位置に到達する時刻 T_d および $T = \lim_{d \rightarrow 0} T_d$ を求めよ．ただし， d は $0 < d < h_0$ とする．また時刻 $\frac{T}{2}$ での津波の位置の座標を求めよ．