

3 右図のように水深  $h$  が一定勾配で浅くなる海がある．位置  $x$  における水深は  $h(x) = h_0 - ax$  で与えられる．ただし， $a > 0$ ， $h_0 > 0$  とする．時刻  $t = 0$  のとき，位置  $x = 0$  で津波が発生した．時刻  $t$  での津波の進行速度  $\frac{dx}{dt}$  は  $\sqrt{gh(x)}$  に等しいことが知られている．ここで  $g$  は正の定数である．津波が位置  $x$  に到達する時刻を  $t(x)$  とする．

(1)  $\frac{dt}{dx}$  を  $x$  で表せ．

(2) 津波が水深  $h = d$  となる位置に到達する時刻  $T_d$  および  $T = \lim_{d \rightarrow 0} T_d$  を求めよ．ただし， $d$  は  $0 < d < h_0$  とする．また時刻  $\frac{T}{2}$  での津波の位置の座標を求めよ．