

3 正の実数 r と $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲の実数 θ に対して $a_0 = r \cos \theta$, $b_0 = r$ とおく.
 a_n, b_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を漸化式 $a_n = \frac{a_{n-1} + b_{n-1}}{2}$, $b_n = \sqrt{a_n b_{n-1}}$ により定める.
以下の問いに答えよ.

(1) $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}$ を θ で表せ.

(2) $\frac{a_n}{b_n}$ を n と θ で表せ.

(3) $\theta \neq 0$ のとき $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \frac{r \sin \theta}{\theta}$ を示せ.