

4  $p$  を自然数とする。数列  $\{x_n\}$  を漸化式

$$x_1 = \cos\left(\frac{2\pi}{p}\right), \quad x_{n+1} = 2(x_n)^2 - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。

(1)  $x_n$  を求めよ。

(2)  $l$  を自然数とする。  $p = 2^l$  および  $p = 3 \times 2^l$  のそれぞれの場合について  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  を求めよ。

(3)  $l$  を自然数とする。  $p = 5 \times 2^l$  のとき、数列  $\{x_n\}$  は発散することを示せ。