

4 実数 a, b に対して, $f(x) = x^2 - 2ax + b$, $g(x) = x^2 - 2bx + a$ とおく。

(1) $a \neq b$ のとき, $f(c) = g(c)$ を満たす実数 c を求めよ。

(2) (1) で求めた c について, a, b が条件 $a < c < b$ を満たすとする。このとき, 連立不等式

$$f(x) < 0 \text{ かつ } g(x) < 0$$

が解をもつための必要十分条件を a, b を用いて表せ。

(3) 一般に $a < b$ のとき, 連立不等式

$$f(x) < 0 \text{ かつ } g(x) < 0$$

が解をもつための必要十分条件を求め, その条件を満たす点 (a, b) の範囲を ab 平面上に図示せよ。