

4 次の問に答えよ。

- (1) $x \leq 0$ のとき, $1 + x \leq e^x \leq 1 + x + \frac{x^2}{2}$ であることを示せ。
- (2) n を自然数とする。正の数 a が $a^{10^n} = \frac{1}{2}$ を満たすとき, 不等式

$$e^{-0.70 \times 10^{-n}} < a < e^{-0.69 \times 10^{-n}}$$

を示せ。必要ならば, 2 の自然対数 $\log 2$ が $0.69 < \log 2 < 0.70$ を満たすことを用いてもよい。

- (3) (2) で与えた a について, 不等式

$$0.9 \cdots 93 < a < 0.9 \cdots 94$$

を示せ。ここで, $0.9 \cdots 93$ は, 小数点以下に 9 が n 個続き, その次に 3 が現れる小数である。