

2 2×2 行列 A と B が $AB = BA$ をみたすとき, A と B は交換可能であるという。

(1) A と B が交換可能ならば, AB と B は交換可能であることを示せ。

(2) 行列 X, C, E を

$$X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

と定める。ただし, a, b, c, d は実数とする。 X と C が交換可能のとき, X は実数 α, β を用いて $\alpha C + \beta E$ と表されることを示せ。

(3) 上の行列 C に対して, 次の 3 条件を同時にみたす 2×2 行列 Y をすべて求めよ。

(a) Y と C は交換可能。

(b) $CY = tY$ をみたす実数 t がある。

(c) Y の $(2, 2)$ 成分は 1 である。