

3 平面において、一直線上にない3点  $O, A, B$  がある。 $O$  を通り直線  $OA$  と垂直な直線上に  $O$  と異なる点  $P$  をとる。 $O$  を通り直線  $OB$  と垂直な直線上に  $O$  と異なる点  $Q$  をとる。ベクトル  $\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$  は  $\overrightarrow{AB}$  に垂直であるとする。

(1)  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OA}$  を示せ。

(2) ベクトル  $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$  のなす角を  $\alpha$  とする。ただし、 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  とする。このときベクトル  $\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OQ}$  のなす角が  $\pi - \alpha$  であることを示せ。

(3)  $\frac{|\overrightarrow{OP}|}{|\overrightarrow{OA}|} = \frac{|\overrightarrow{OQ}|}{|\overrightarrow{OB}|}$  を示せ。