

3 平面において、一直線上にない3点 O, A, B がある。 O を通り直線 OA と垂直な直線上に O と異なる点 P をとる。 O を通り直線 OB と垂直な直線上に O と異なる点 Q をとる。ベクトル $\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$ は \overrightarrow{AB} に垂直であるとする。

(1) $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OA}$ を示せ。

(2) ベクトル $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ のなす角を α とする。ただし、 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ とする。このときベクトル $\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OQ}$ のなす角が $\pi - \alpha$ であることを示せ。

(3) $\frac{|\overrightarrow{OP}|}{|\overrightarrow{OA}|} = \frac{|\overrightarrow{OQ}|}{|\overrightarrow{OB}|}$ を示せ。