4

(1)　次の方程式が異なる 3 つの 0 でない実数解をもつことを示せ。

$$x^3 + x^2 - 2x - 1 = 0 \cdots\cdots ①$$

(2)　方程式①の 3 つの実数解を $s,\ t,\ u$ とし，数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \frac{s^{n-1}}{(s-t)(s-u)} + \frac{t^{n-1}}{(t-u)(t-s)} + \frac{u^{n-1}}{(u-s)(u-t)} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

によって定める。このとき，

$$a_{n+3} + a_{n+2} - 2a_{n+1} - a_n = 0 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

が成り立つことを示せ。

(3)　(2) の a_n がすべて整数であることを示せ。