

3 実数  $c$  に対して、数列  $\{a_n\}$  を

$$a_1 = c, \quad a_{n+1} = a_n - \frac{1}{2}|a_n| + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。

- (1)  $c \geq 0$  とする。このとき、すべての  $n$  に対して  $a_n \geq 0$  が成り立つことを示せ。さらに、数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。
- (2)  $c < 0$  とする。このとき、すべての  $n$  に対して  $a_n < 0$  が成り立つような実数  $c$  の値の範囲を求めよ。
- (3) 数列  $\{a_n\}$  が収束するような実数  $c$  の値の範囲を求めよ。