

4  $a, b$  を実数とし, 放物線  $y = (x - a)^2 + b$  を  $Q$  とおく。また, 直線  $y = x - 1$  を  $l$  とおく。 $Q$  と  $l$  は共有点を持たないか, あるいは 1 点で接しているとする。

(1)  $a, b$  の満たす条件を求めよ。

(2)  $Q$  上の点のうち  $l$  までの距離が最小となるものを  $A$  とおく。また,  $Q$  上の点  $B$  における  $Q$  の接線は, 点  $C$  において  $l$  と垂直に交わっているとする。このとき, 3 点  $A, B, C$  の座標を  $a, b$  を用いて表せ。

(3)  $a, b$  がさらに条件

$$a \geq 0, \quad b \leq 2, \quad b \leq 2a + 1$$

を満たすとき, (2) で求めた 3 点を頂点とする  $\triangle ABC$  の面積の最大値と最小値を求めよ。