

1 n を 3 以上の自然数とする。当たりくじ 2 本を含む n 本のくじがある。くじを引いて、当たりなら持ち点に 1 を加算し、はずれなら持ち点は変わらないとする。最初の持ち点は 0 とし、くじを引いてはもどすという試行を n 回繰り返す。

k を 0 以上の整数とする。 n 回の試行が終了した時点の持ち点が k となる確率を $p_n(k)$ とする。

(1) 確率 $p_n(k)$ を求めよ。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n(k)$ を求めよ。ただし、 e を自然対数の底とするとき、
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^n = e^{-2}$ であることを用いてもよい。

(3) $p(k) = \lim_{n \rightarrow \infty} p_n(k)$ と定める。値 $p(k)$ が最大となるような k の値を求めよ。