

4 関数 $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ ($x \geq 1$) と関数 $g(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2}$ ($t \geq 0$) を考える。ただし、 e は自然対数の底とする。

(1) $g(t) \geq 1$ を示せ。

(2) $a > 0$ とする。定積分 $\int_0^a f(g(t))g'(t)dt$ を求めよ。

(3) 座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。 $p > 1$ とし、 C 上の点 $(p, f(p))$ における接線を l とする。このとき、曲線 C 、直線 l 、 x 軸で囲まれた図形の面積 S を p で表せ。