

3 以下の問いに答えよ。ただし、 $e$  は自然対数の底を表す。

(1)  $k$  を実数の定数とし、 $f(x) = xe^{-x}$  とおく。方程式  $f(x) = k$  の異なる実数解の個数を求めよ。ただし、 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$  を用いてもよい。

(2)  $xye^{-(x+y)} = c$  をみたす正の実数  $x, y$  の組がただ 1 つ存在するときの実数  $c$  の値を求めよ。

(3)  $xye^{-(x+y)} = \frac{3}{e^4}$  をみたす正の実数  $x, y$  を考えるとき、 $y$  のとりうる値の最大値とそのときの  $x$  の値を求めよ。