

3 次の問に答えよ。

(1)  $\alpha$  を実数とする。次のように定められた数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

$$a_1 = \alpha_1 \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(2) 関数  $f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots$  を次の関係式で定める。

$$f_1(x) = 3x$$

$$f_{n+1}(x) = (n+2)x^{n+1} + \left( \int_0^1 f_n(t) dt \right) x \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

関数  $f_n(x)$  を  $x$  と  $n$  の式で表せ。