

4 2次方程式 $x^2 - x - 1 = 0$ の2根を α, β ($\alpha > \beta$) とし, 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \frac{1}{\sqrt{5}}(\alpha^n - \beta^n)$ ($n \geq 1$) で定める.

(1) $n \geq 3$ のとき, a_n を a_{n-1} と a_{n-2} を用いて表わせ.

(2) r を実数とし $S_n = a_1 + a_2r + \cdots + a_nr^{n-1}$ ($n \geq 1$) とおく. このとき, $(1 - r - r^2)S_n$ を簡単にせよ.

(3) $|r| < \frac{1}{\alpha}$ のとき, $\sum_{n=1}^{\infty} a_nr^{n-1}$ を求めよ.