

2 複素平面上に原点  $O$  と異なる 2 点  $z_1 = x_1 + y_1i$  と  $z_2 = x_2 + y_2i$  をとる.  $z_1$  と  $z_2$  はどちらも虚軸 ( $y$  軸) 上にはなく, また  $O, z_1, z_2$  は同一直線上にはないとする. このとき  $O, z_1, z_2$  の 3 点を通る円を  $C$  とすると,  $C$  の中心  $\alpha = a + bi$  が実軸 ( $x$  軸) 上にあるための必要十分条件は,  $\frac{1}{z_1} - \frac{1}{z_2}$  が純虚数 (実部が 0) になることである. このことを証明せよ.