

1 実数 x に対し , 行列 $A(x)$ を $A(x) = \begin{pmatrix} x-1 & 1 \\ -1 & x+1 \end{pmatrix}$ と定義する .

(1)
$$A(x)A(y) = A(xy) + (x+y-1)A(0)$$

を証明せよ .

(2) n が 2 以上の整数のとき

$$A(x)^n = A(x^n) + (nx^{n-1} - 1)A(0)$$

が成り立つことを証明せよ . ただし

$$A(x)^1 = A(x), \quad A(x)^n = A(x)A(x)^{n-1} \quad (n \geq 2)$$

とする .