

5 第1象限内に曲線  $C: y = e^{2x} f(x)$  がある。曲線  $C$  上の点  $P(x, y)$  における法線が  $x$  軸とただ1つの交点  $Q$  をもち、線分  $PQ$  の中点  $M$  がつねに放物線  $x = 4y^2 + 1$  の上にあるとする。

(1)  $f(x)$  の満たす微分方程式を求めよ。

(2) 曲線  $C$  が点  $\left(1, \frac{1}{2}\right)$  を通るとき、その方程式を求めよ。