

4 2次関数 $f_n(x)$ ($n = 1, 2, \dots$) を次のように定義する .

$$f_1(x) = 3x^2, \quad f_2(x) = 3x^2 + 4x,$$

$$f_n(x) = 3x^2 + 4x \int_0^1 f_{n-1}(t)dt - \int_0^1 f_{n-2}(t)dt \quad (n \geq 3)$$

(1) $a_1 = 0$, $a_n = \int_0^1 f_{n-1}(t)dt$ ($n \geq 2$) とおくとき, a_n を a_{n-1} と a_{n-2} で表す漸化式を求めよ .

(2) $f_n(x)$ を求めよ .