

5 微分可能な関数 $f(x)$ が, ある定数 $a \neq 0$ に対して $f'(x) = af(1-x)$ を満たし, $x=0$ で最大値 2 をとるとする. $g(x) = \{f(x)\}^2 + \{f(1-x)\}^2$ とおく.

(1) $g(x)$ は x によらない定数であることを示せ.

(2) $g(x)$ を求めよ.

(3) 積分 $\int_0^1 \{f(x)\}^2 dx$ の値を求めよ.