

# 4

(1) すべての自然数  $n$  に対して，不等式  $3^n > n^2$  が成り立つことを，数学的帰納法を用いて証明せよ．

(2)

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{3^k} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とおく．このとき，

$$\frac{2}{3}S_n - \sum_{k=1}^n \frac{1}{3^k} = -\frac{n}{3^{n+1}}$$

が成り立つことを示せ．

(3) 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  を求めよ．