

6 $f_1(x)$ は実数全体で定義された何回でも微分可能な関数とする . $f_2(x), f_3(x), \dots$ を次のように順次定義する . $n = 2, 3, \dots$ に対し $F_{n-1}(x) = \int_0^x f_{n-1}(t)dt$ とおいて $f_n(x) = \int_0^x f_{n-1}(t)F_{n-1}(t)dt$ とする . このとき , 以下の問いに答えよ .

- (1) $n \geq 2$ のとき , すべての x に対して $f_n(x) \geq 0$ であることを示せ .
- (2) $n \geq 3$ のとき , すべての $x \geq 0$ に対して $f'_n(x) \geq 0$ であることを示せ .
- (3) $f'_4(1) = 0$ のとき , すべての $0 \leq x \leq 1$ に対して $f_1(x) = 0$ であることを示せ .