

4 2つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を

$$a_n = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} e^{n \sin \theta} d\theta, \quad b_n = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} e^{n \sin \theta} \cos \theta d\theta \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める.

- (1) 一般項 b_n を求めよ.
- (2) 各 n に対して, 次を示せ.

$$b_n \leq a_n \leq \sqrt{2}b_n$$

- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log a_n$ を求めよ. ただし, 対数は自然対数であり, $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x = 0$ を用いてよい.