

5  $a, b$  を  $a^2 \neq b^2$  を満たす 0 でない実数とし,  $A_n$  を次の関係式で定まる 2 次の正方形行列とする.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & a^{-1} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_{n+1} \begin{pmatrix} 0 & a \\ a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{pmatrix} A_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) 行列  $C = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$  で  $C \begin{pmatrix} 0 & a \\ a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{pmatrix} C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  を満たすものを求めよ.
- (2)  $A_n$  を  $a, b, n$  で表せ.
- (3)  $n \rightarrow \infty$  のとき  $A_n$  のすべての成分が収束するための条件を求めよ.