

5 3次正方行列  $A, B, O$  を  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,

$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  とする. 以下の間に答えよ.

(1) 2以上の自然数  $k$  に対して,  $(A+B)^k$  を求めよ.

(2) すべての自然数  $m, n$  に対して,  $A^m B^n$  および  $B^n A^m$  を求めよ.

(3) 等式  $(A+B)X = X(A+B) = O$  を満たす3次正方行列  $X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{pmatrix}$  を求めよ.