

3 n を 2 以上の自然数とし, 1 回の対戦で勝つ確率が $\frac{1}{2}$ のチームが n 回試合をする.

以下の問いに答えよ.

(1) 第 1 試合から連勝する回数 (0 回, 1 回も含む) の期待値を求めよ.

(2) 最初の k 試合 ($1 \leq k \leq n$) における勝ち試合数を t_k として, $a_k = \frac{t_k}{k}$ とおく.

$1 \leq m \leq n - 1$ として,

$$a_1 \leq a_2 \leq \cdots \leq a_m, a_m > a_{m+1}$$

となる確率 p_m を求めよ.

(3) $\sum_{m=1}^{n-1} mp_m$ を求めよ.