

3 n を自然数とする。次の連立不等式が表す xy 平面の領域を D_n とする。

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 3n \\ 0 \leq 3y \leq 2x + 3 \end{cases}$$

D_n に含まれ、 x 座標、 y 座標ともに整数である点 (x, y) の個数を a_n とする。

- (1) a_1 を求めよ。
- (2) a_{n+1} を a_n を用いて表せ。
- (3) a_n を求めよ。
- (4) D_n の面積を S_n とする。次の極限值を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{a_n}{S_n} - 1 \right)$$