

2 点 O を中心とした半径 1 の円を S とする。

- (1) S の周上に 3 点 P, Q, R が, この順に反時計回りに並んでいる。 $\alpha = \angle POQ$, $\beta = \angle QOR$ とする。ただし, $0 < \alpha < \pi, 0 < \beta < \pi$ である。 $\triangle PQR$ の面積は $\frac{1}{2}\{\sin \alpha + \sin \beta - \sin(\alpha + \beta)\}$ で与えられることを示せ。
- (2) S の周上に 5 点 A, B, C, D, X が, この順に反時計回りに並んでいる。ただし, $\angle AOB = \frac{\pi}{2}, \angle BOC = \frac{\pi}{3}, \angle COD = \frac{\pi}{3}$ であり, 点 X は D と A の間を動くものとする。 $\triangle XAB$ の面積と $\triangle XCD$ の面積の和の最大値を求めよ。また, そのときの $\angle AOX$ を求めよ。