

4 数列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ は, 次を満たすとする。

$$a_n = \begin{cases} 0 & (n = 1 \text{ のとき}) \\ \frac{1}{2} \sqrt{|a_{n-1} + 1|} - 1 & (n \text{ が偶数のとき}) \\ a_{n-1}^2 + 2a_{n-1} & (n \text{ が奇数で } n \geq 3 \text{ のとき}) \end{cases}$$

(1) n が奇数のとき, a_n を求めよ。

(2) n が偶数のとき, a_n を求めよ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。