

5 辺の長さが1である正四面体 $ABCD$ および, 点 O を考える。

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$$

で定まる点を G とする。

(1) $|\overrightarrow{GA}|$ および内積 $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB}$ を求めよ。

(2) 点 P は正四面体 $ABCD$ の表面および内部を動くとする。このとき

$$L = |\overrightarrow{AP}|^2 + |\overrightarrow{BP}|^2 + |\overrightarrow{CP}|^2 + |\overrightarrow{DP}|^2$$

の最大値および最小値を求めよ。