

3  $a$  を実数とし, 数列  $\{x_n\}$  を次の漸化式によって定める。

$$x_1 = a, \quad x_{n+1} = x_n + x_n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1)  $a > 0$  のとき, 数列  $\{x_n\}$  が発散することを示せ。
- (2)  $-1 < a < 0$  のとき, すべての正の整数  $n$  に対して  $-1 < x_n < 0$  が成り立つことを示せ。
- (3)  $-1 < a < 0$  のとき, 数列  $\{x_n\}$  の極限を調べよ。