

4  $n$  を正の整数とする。A, B, C の 3 種類の文字から重複を許して  $n$  個の文字を一列に並べるとき, A と B が隣り合わない並べ方の総数を  $f_n$  とする。たとえば  $n = 2$  のとき, このような並べ方は

$$AA, AC, BB, BC, CA, CB, CC$$

の 7 通りあるので,  $f_2 = 7$  である。以下の問いに答えよ。

- (1) A と B が隣り合わない並べ方のうち,  $n$  番目が A または B であるものを  $g_n$  通り,  $n$  番目が C であるものを  $h_n$  通りとする。このとき  $g_{n+1}, h_{n+1}$  を  $g_n, h_n$  を用いて表せ。
- (2) 数列  $\{f_n\}$  に対して,  $f_{n+2}$  を  $f_{n+1}$  と  $f_n$  を用いて表せ。
- (3)  $a_n = \frac{f_{n+1}}{f_n}$  により定まる数列  $\{a_n\}$  について,  $a_n$  と  $a_{n+1}$  の大小関係を調べよ。