

5 1次式 $f_n(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が

$$f_1(x) = 1 + x, \quad x^2 f_{n+1}(x) = x^2 + x^3 + \int_0^x t f_n(t) dt$$

を満たしているとき

(1) $f_n(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を求めよ .

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(1)$ を求めよ .