

2 数列  $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$  が  $x_{n+1} = 2x_n + \frac{1}{2^n}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) を満たすとき, 数  $a$  を適当に定めれば, すべての  $n = 1, 2, \dots$  に対して不等式  $|x_n - 2^n \cdot a| \leq \frac{1}{3}$  が成り立つことを証明せよ.