

1 A, B は $A^2 - 2AB + B^2 = O$ を満たす 2 次の正方行列とする．ただし, O は零行列, A, B の各成分は実数とする．このとき, 次の (1), (2) を証明し, (3) に答えよ．

(1) $A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3 = O$

(2) $A = A', B = B'$ ならば, $A = B$ である．

ただし, A' は A の行と列とを入れ換えた行列, B' は B の行と列とを入れ換えた行列である．すなわち, $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ とするとき, $A' = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$ である．

(3) A, B が (2) の条件を満たさないときは, 必ずしも $A = B$ が成り立たないことを例をあげて示せ．