

4 円  $D$  は  $xy$  平面で  $x > 0$  の部分にあり, 中心  $C$  は  $x$  軸上にあつて, 曲線  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$  とは点  $P\left(a, \frac{1}{\sqrt{a}}\right)$  で接線を共有しているとする.

- (1) この円の  $x \geq a$  の部分にある弧と直線  $x = a$  とで囲まれる図形を,  $y$  軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を  $V(a)$  とし,  $x$  軸と直線  $CP$  とのなす角を  $\theta(a)$  ( $0 < \theta(a) < \frac{\pi}{2}$ ) とする.  $V(a)$  を  $a$  と  $\theta(a)$  を用いて表せ.
- (2)  $\lim_{a \rightarrow \infty} \theta(a)$  を求め, 次に  $\lim_{a \rightarrow \infty} V(a)$  を求めよ.