

1 2次方程式 $x^2 - px - q = 0$ は実数解 α, β を持つものとする。座標平面上の点列 $\{P_n(a_n, b_n)\}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) を次のように定める。

$$(a_0, b_0) = (0, 0), \quad \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q & p \\ pq & p^2 + q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{n-1} \\ b_{n-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) P_2, P_3 の座標を α のみを用いて表せ。
- (2) P_n の座標を α のみを用いて表せ。
- (3) $n \rightarrow \infty$ のとき, $P_n(a_n, b_n)$ がある点 $P(a, b)$ に収束するための必要十分条件を α に関する条件として与え, その点 $P(a, b)$ を求めよ。