

3 以下の問に答えよ。

- (1) 関数  $f(x)$  は、区間  $0 \leq x \leq 2\pi$  で第 2 次導関数  $f''(x)$  をもち  $f''(x) > 0$  をみたしているとする。区間  $0 \leq x \leq \pi$  で関数  $F(x)$  を

$$F(x) = f(x) - f(\pi - x) - f(\pi + x) + f(2\pi - x)$$

と定義するとき、区間  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  で  $F(x) \geq 0$  であることを示せ。

- (2)  $f(x)$  を (1) の関数とするとき

$$\int_0^{2\pi} f(x) \cos x dx \geq 0$$

を示せ。

- (3) 関数  $g(x)$  は、区間  $0 \leq x \leq 2\pi$  で導関数  $g'(x)$  をもち  $g'(x) < 0$  をみたしているとする。このとき、

$$\int_0^{2\pi} g(x) \sin x dx \geq 0$$

を示せ。